Théorèmes à la Rice

Pierre Guillon

I2M, CNRS & AMU

11 mars 2025

Théorème de Rice pour les machines de Turing

- Modèle : machines de Turing $\mathcal{M}$ sur $\{0, 1\}$
- Sortie : fonction calculée $f(\mathcal{M}) : \{0, 1\}^* \nrightarrow \{0, 1\}^*$

Théorème de Rice pour les machines de Turing

- Modèle : machines de Turing $\mathcal{M}$ sur $\{0, 1\}$
- Sortie : fonction calculée $f(\mathcal{M}) : \{0, 1\}^* \nrightarrow \{0, 1\}^*$
- Toute propriété $f^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Rice'51].

Théorème de Rice pour les machines de Turing

- Modèle : machines de Turing $\mathcal{M}$ sur $\{0, 1\}$
- Sortie : fonction calculée $f(\mathcal{M}) : \{0, 1\}^* \nrightarrow \{0, 1\}^*$
- Toute propriété $f^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Rice'51].
- Réduction de : `Arrêt de` $\mathcal{M}'(\varepsilon)$

Théorème de Rice pour les machines de Turing

- Modèle : machines de Turing $\mathcal{M}$ sur $\{0,1\}$
- Sortie : fonction calculée $f(\mathcal{M}) : \{0,1\}^* \nrightarrow \{0,1\}^*$
- Toute propriété $f^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Rice'51].
- Réduction de : `Arrêt de` $\mathcal{M}'(\varepsilon)$
- Outil de combinaison: " ;"

Théorème de Rice pour les machines de Turing

- Modèle : machines de Turing $\mathcal{M}$ sur $\{0, 1\}$
- Sortie : fonction calculée $f(\mathcal{M}) : \{0, 1\}^* \nrightarrow \{0, 1\}^*$
- Toute propriété $f^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Rice'51].
- Réduction de : `Arrêt de` $\mathcal{M}'(\varepsilon)$
- Outil de combinaison: " ;"

$\mathcal{M}'(\varepsilon)$ ne s'arrête pas $\quad \mapsto \quad f(\mathcal{M})\,;$

Théorème de Rice pour les machines de Turing

- Modèle : machines de Turing $\mathcal{M}$ sur $\{0,1\}$
- Sortie : fonction calculée $f(\mathcal{M}) : \{0,1\}^* \nrightarrow \{0,1\}^*$
- Toute propriété $f^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Rice'51].
- Réduction de : `Arrêt de` $\mathcal{M}'(\varepsilon)$
- Outil de combinaison: " ;"

$$\begin{array}{lll} \mathcal{M}'(\varepsilon) \text{ ne s'arrête pas} & \mapsto & f(\mathcal{M})\,; \\ \mathcal{M}'(\varepsilon) \text{ s'arrête} & \mapsto & \bot^{\{0,1\}}. \end{array}$$

Théorème de Rice pour les machines de Turing

- Modèle : machines de Turing $\mathcal{M}$ sur $\{0,1\}$
- Sortie : fonction calculée $f(\mathcal{M}) : \{0,1\}^* \nrightarrow \{0,1\}^*$
- Toute propriété $f^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Rice'51].
- Réduction de : `Arrêt de` $\mathcal{M}'(\varepsilon)$
- Outil de combinaison: " ;"

$$\begin{array}{lcl} \mathcal{M}'(\varepsilon) \text{ ne s'arrête pas} & \mapsto & f(\mathcal{M})\,; \\ \mathcal{M}'(\varepsilon) \text{ s'arrête} & \mapsto & \perp^{\{0,1\}}. \end{array}$$

$\perp^{\{0,1\}}$ *est* Π^0_1*-inséparable de* $f(\mathcal{M})$.

Théorème de Rice pour les machines de Turing

- Modèle : machines de Turing $\mathcal{M}$ sur $\{0,1\}$
- Sortie : fonction calculée $f(\mathcal{M}) : \{0,1\}^* \nrightarrow \{0,1\}^*$
- Toute propriété $f^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Rice'51].
- Réduction de : `Arrêt de` $\mathcal{M}'(\varepsilon)$
- Outil de combinaison: " ;"

$$\begin{array}{lcl} \mathcal{M}'(\varepsilon) \text{ ne s'arrête pas} & \mapsto & f(\mathcal{M})\,; \\ \mathcal{M}'(\varepsilon) \text{ s'arrête} & \mapsto & \perp^{\{0,1\}}. \end{array}$$

construction :

`Sur l'entrée` $u \in \{0,1\}^*$
  `Calcule` $\mathcal{M}'(\varepsilon)$;
  `Renvoie` $\mathcal{M}(u)$;

$\perp^{\{0,1\}}$ *est* Π^0_1*-inséparable de* $f(\mathcal{M})$.

Théorème à la Rice pour le λ-calcul

- Modèle : λ-terme M
- Sortie : β-classe $[M]_\beta := \{ N | N \sim_\beta M \}$

Théorème à la Rice pour le λ-calcul

- Modèle : λ-terme M
- Sortie : β-classe $[M]_\beta := \{\, N \,|\, N \sim_\beta M \}$
- Toute propriété $\mathcal{P}/\beta$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Scott'63, Curry'69].

Théorème à la Rice pour le λ-calcul

- Modèle : λ-terme M
- Sortie : β-classe $[M]_\beta := \{ N | N \sim_\beta M \}$
- Toute propriété $\mathcal{P}/\beta$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Scott'63, Curry'69].
- Outil de combinaison: `if` $:\lambda xx$; `true` $:\lambda x\lambda yx$; `false` $:\lambda x\lambda yy$

Théorème à la Rice pour le λ-calcul

- Modèle : λ-terme M
- Sortie : β-classe $[M]_\beta := \{ N | N \sim_\beta M \}$
- Toute propriété $\mathcal{P}/\beta$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Scott'63, Curry'69].
- Outil de combinaison: `if` $:\lambda xx$; `true` $:\lambda x \lambda y x$; `false` $:\lambda x \lambda y y$

paradoxe à la Russel-Turing.

Théorèmes à la Rice pour les pavages

- Modèle : jeu $\mathcal{T}$ de tuile | projection $\pi : \mathcal{T} \to \mathcal{A}$
- Sortie : sofique $\mathcal{K}(\mathcal{T}, \pi) := \pi(\mathcal{X}(\mathcal{T})) \subset \mathcal{A}^{\mathbb{Z}^2}$, où $\mathcal{X}(\mathcal{T}) :=$ {pavages valides}

Théorèmes à la Rice pour les pavages

- Modèle : jeu $\mathcal{T}$ de tuile | projection $\pi : \mathcal{T} \to \mathcal{A}$
- Sortie : sofique $\mathcal{K}(\mathcal{T}, \pi) := \pi(\mathcal{X}(\mathcal{T})) \subset \mathcal{A}^{\mathbb{Z}^2}$, où $\mathcal{X}(\mathcal{T}) := \{\text{pavages valides}\}$
- Toute propriété $\mathcal{K}^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Carrasco'24].

Théorèmes à la Rice pour les pavages

- Modèle : jeu $\mathcal{T}$ de tuile | projection $\pi : \mathcal{T} \to \mathcal{A}$
- Sortie : sofique $\mathcal{K}(\mathcal{T}, \pi) := \pi(\mathcal{X}(\mathcal{T})) \subset \mathcal{A}^{\mathbb{Z}^2}$, où $\mathcal{X}(\mathcal{T}) :=$ {pavages valides}
- Toute propriété $\mathcal{K}^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Carrasco'24].
- Réduction de : `Pavabilité par` $\mathcal{T}'$

Théorèmes à la Rice pour les pavages

- Modèle : jeu $\mathcal{T}$ de tuile | projection $\pi : \mathcal{T} \to \mathcal{A}$
- Sortie : sofique $\mathcal{K}(\mathcal{T}, \pi) := \pi(\mathcal{X}(\mathcal{T})) \subset \mathcal{A}^{\mathbb{Z}^2}$, où $\mathcal{X}(\mathcal{T}) :=$ {pavages valides}
- Toute propriété $\mathcal{K}^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Carrasco'24].
- Réduction de : `Pavabilité par` $\mathcal{T}'$

$\mathcal{T}'$ pave $\quad \mapsto \quad \mathcal{K}(\mathcal{T}, \pi)$;

Théorèmes à la Rice pour les pavages

- Modèle : jeu $\mathcal{T}$ de tuile | projection $\pi : \mathcal{T} \to \mathcal{A}$
- Sortie : sofique $\mathcal{K}(\mathcal{T}, \pi) := \pi(\mathcal{X}(\mathcal{T})) \subset \mathcal{A}^{\mathbb{Z}^2}$, où $\mathcal{X}(\mathcal{T}) := \{\text{pavages valides}\}$
- Toute propriété $\mathcal{K}^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Carrasco'24].
- Réduction de : `Pavabilité par` $\mathcal{T}'$

$$\begin{array}{lcl} \mathcal{T}' \text{ pave} & \mapsto & \mathcal{K}(\mathcal{T}, \pi)\,; \\ \mathcal{T}' \text{ ne pave pas} & \mapsto & \emptyset. \end{array}$$

Théorèmes à la Rice pour les pavages

- Modèle : jeu $\mathcal{T}$ de tuile | projection $\pi : \mathcal{T} \to \mathcal{A}$
- Sortie : sofique $\mathcal{K}(\mathcal{T}, \pi) := \pi(\mathcal{X}(\mathcal{T})) \subset \mathcal{A}^{\mathbb{Z}^2}$, où $\mathcal{X}(\mathcal{T}) :=$ {pavages valides}
- Toute propriété $\mathcal{K}^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Carrasco'24].
- Réduction de : `Pavabilité par` $\mathcal{T}'$
- Outil de combinaison: $\times$

$$
\begin{array}{lcl}
\mathcal{T}' \text{ pave} & \mapsto & \mathcal{K}(\mathcal{T}, \pi)\,; \\
\mathcal{T}' \text{ ne pave pas} & \mapsto & \emptyset.
\end{array}
$$

construction :
$\mathcal{T} \times \mathcal{T}'$, $\pi \circ \pi_0$.

Théorèmes à la Rice pour les pavages

- Modèle : jeu $\mathcal{T}$ de tuile | projection $\pi : \mathcal{T} \to \mathcal{A}$
- Sortie : sofique $\mathcal{K}(\mathcal{T}, \pi) := \pi(\mathcal{X}(\mathcal{T})) \subset \mathcal{A}^{\mathbb{Z}^2}$, où $\mathcal{X}(\mathcal{T}) := \{$pavages valides$\}$
- Toute propriété $\mathcal{K}^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Carrasco'24].
- Réduction de : `Pavabilité par` $\mathcal{T}'$
- Outil de combinaison: $\times$

$$\begin{array}{lcl} \mathcal{T}' \text{ pave} & \mapsto & \mathcal{K}(\mathcal{T}, \pi)\,; \\ \mathcal{T}' \text{ ne pave pas} & \mapsto & \emptyset. \end{array}$$

construction :
$\mathcal{T} \times \mathcal{T}'$, $\pi \circ \pi_0$.

rem : $\mathcal{X}^{-1}(0^{\mathbb{Z}^2})$ est décidable.

Théorèmes à la Rice pour les pavages

- Modèle : motifs interdits $\mathcal{F} \Subset \mathcal{T}^{**}$
- Sortie : trace $\tau(\mathcal{X}(\mathcal{F}))$, où $\mathcal{X}(\mathcal{F}) := \{$pavages valides$\}$
- Toute propriété $(\tau\mathcal{X})^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [G.'10].
- Réduction de : `Pavabilité par` $\mathcal{T}'$
- Outil de combinaison: $\times$ étalé $|$ marqueurs

$$\begin{array}{lcl} \mathcal{T}' \text{ pave} & \mapsto & \mathcal{T}^{\mathbb{Z}}\,; \\ \mathcal{T}' \text{ ne pave pas} & \mapsto & \emptyset. \end{array}$$

construction :
$\mathcal{T}' \cdot \mathcal{X}_\sigma \cdot \overline{({}^\infty w^\infty)}^{\mathbb{Z}} \sqcup \mathcal{T}$
$|$ marqueurs.

Théorèmes à la Rice pour les pavages

- Modèle : motifs interdits $\mathcal{F} \Subset \mathcal{T}^{**}$
- Sortie : trace $\tau(\mathcal{X}(\mathcal{F}))$, où $\mathcal{X}(\mathcal{F}) := \{\text{pavages valides}\}$
- Toute propriété $(\tau\mathcal{X})^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [G.'10].
- Réduction de : `Pavabilité par` $\mathcal{T}'$
- Outil de combinaison: $\times$ étalé $|$ marqueurs

$$\begin{array}{lcl} \mathcal{T}' \text{ pave} & \mapsto & \mathcal{T}^{\mathbb{Z}}\,; \\ \mathcal{T}' \text{ ne pave pas} & \mapsto & \emptyset. \end{array}$$

construction :
$\mathcal{T}' \cdot \mathcal{X}_\sigma \cdot \overline{({}^\infty w^\infty)}^{\mathbb{Z}} \sqcup \mathcal{T}$
$|$ marqueurs.

aussi : [Carrasco'24, Delvenne-Blondel'04, Cervelle-Durand'04, Lafitte-Weiss'08]

Théorèmes à la Rice pour les AC

- Modèle : AC $(\mathcal{A}, r, f : \mathcal{A}^{2r+1} \to \mathcal{A})$
- Sortie : ensemble limite $\Omega(\mathcal{A}, r, f) := \bigcup_{t\in\mathbb{N}} F^t(\mathcal{A}^{\mathbb{Z}})$, où $F(x)_i = f(x_{i+[\![-r,r]\!]})$

Théorèmes à la Rice pour les AC

- Modèle : AC $(\mathcal{A}, r, f : \mathcal{A}^{2r+1} \to \mathcal{A})$
- Sortie : ensemble limite $\Omega(\mathcal{A}, r, f) := \bigcup_{t\in\mathbb{N}} F^t(\mathcal{A}^{\mathbb{Z}})$, où $F(x)_i = f(x_{i+[\![-r,r]\!]})$
- Toute propriété $\Omega^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Kari'94].

Théorèmes à la Rice pour les AC

- Modèle : AC $(\mathcal{A}, r, f : \mathcal{A}^{2r+1} \to \mathcal{A})$
- Sortie : ensemble limite $\Omega(\mathcal{A}, r, f) := \bigcup_{t\in\mathbb{N}} F^t(\mathcal{A}^{\mathbb{Z}})$, où $F(x)_i = f(x_{i+[\![-r,r]\!]})$
- Toute propriété $\Omega^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Kari'94].
- Réduction de : `Nilpotence (avec 0 envahissant) de` F'

$$\begin{array}{lcl} F' \text{ nilpotent} & \mapsto & \Omega(F) \\ F' \text{ non nilpotent} & \mapsto & \cdots \end{array}$$

Théorèmes à la Rice pour les AC

- Modèle : AC $(\mathcal{A}, r, f : \mathcal{A}^{2r+1} \to \mathcal{A})$
- Sortie : ensemble limite $\Omega(\mathcal{A}, r, f) := \bigcup_{t\in\mathbb{N}} F^t(\mathcal{A}^{\mathbb{Z}})$, où $F(x)_i = f(x_{i+[\![-r,r]\!]})$
- Toute propriété $\Omega^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Kari'94].
- Réduction de : `Nilpotence (avec 0 envahissant) de` F'
- Outil de combinaison: *amalgamation* $\cup$

F' nilpotent	$\mapsto$	$\Omega(F)$
F' non nilpotent	$\mapsto$	$\cdots$

construction :
$F \cup F'$

Théorèmes à la Rice pour les AC

- Modèle : AC $(\mathcal{A}, r, f : \mathcal{A}^{2r+1} \to \mathcal{A})$
- Sortie : ensemble limite $\Omega(\mathcal{A}, r, f) := \bigcup_{t\in\mathbb{N}} F^t(\mathcal{A}^{\mathbb{Z}})$, où $F(x)_i = f(x_{i+[\![-r,r]\!]})$
- Toute propriété $\Omega^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Kari'94].
- Réduction de : `Nilpotence (avec 0 envahissant) de` F'
- Outil de combinaison: *amalgamation* $\cup$

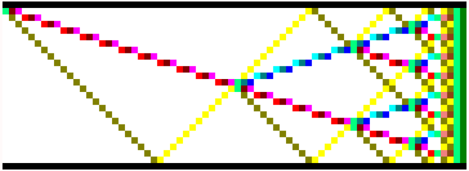
F' nilpotent $\mapsto$ $\Omega(F)$
F' non nilpotent $\mapsto$ $\cdots$

construction :
$F \cup F' \rtimes S$

Théorèmes à la Rice pour les AC

- Modèle : AC $(\mathcal{A}, r, f : \mathcal{A}^{2r+1} \to \mathcal{A})$
- Sortie : ensemble limite $\Omega(\mathcal{A}, r, f) := \bigcup_{t\in\mathbb{N}} F^t(\mathcal{A}^{\mathbb{Z}})$, où $F(x)_i = f(x_{i+[\![-r,r]\!]})$
- Toute propriété $\Omega^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Kari'94].
- Réduction de : `Nilpotence (avec 0 envahissant) de` F'
- Outil de combinaison: *amalgamation* $\cup$ | *synchronisation*

F' nilpotent $\mapsto$ $\Omega(F)$
F' non nilpotent $\mapsto$ $\cdots$



Théorèmes à la Rice pour les AC

- Modèle : AC $(\{0,1\}, r, f : \{0,1\}^{2r+1} \to \{0,1\})$
- Sortie : ensemble limite $\Omega(\mathcal{A}, r, f) := \bigcup_{t\in\mathbb{N}} F^t(\{0,1\}^{\mathbb{Z}})$, où $F(x)_i = f(x_{i+[\![-r,r]\!]})$
- Toute propriété $\Omega^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine ni $\Omega^{-1}(\{0,1\}^{\mathbb{Z}})$
  est indécidable [G.-G.Richard'10].
- Réduction de : `Nilpotence (avec 0 envahissant) de` F'
- Outil de combinaison:

F' nilpotent $\mapsto$ $\Omega(F)$

F' non nilpotent $\mapsto$ $\cdots$ indépendant de F

construction :

$F \cup F' \rtimes S$

rem : $\Omega^{-1}(\{0,1\}^{\mathbb{Z}})$ est décidable.

Théorèmes à la Rice pour les AC

- Modèle : AC $(\{0,1\}, r, f : \{0,1\}^{2r+1} \to \{0,1\})$
- Sortie : ensemble limite $\Omega(\mathcal{A}, r, f) := \bigcup_{t \in \mathbb{N}} F^t(\{0,1\}^{\mathbb{Z}})$, où $F(x)_i = f(x_{i+[\![-r,r]\!]})$
- Toute propriété $\Omega^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine ni $\Omega^{-1}(\{0,1\}^{\mathbb{Z}})$
  est indécidable [G.-G.Richard'10].
- Réduction de : `Arrêt de` $\mathcal{M}'$
- Outil de combinaison: *amalgamation* $\cup$ | *synchronisation* | encodage binaire

F' nilpotent $\quad\mapsto\quad \Omega(F)$

F' non nilpotent $\quad\mapsto\quad \cdots$

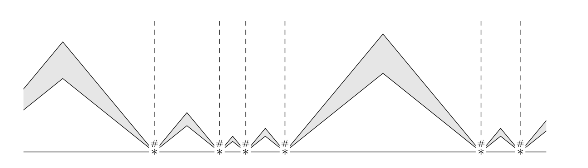
construction :

$F \cup F' \rtimes S$

Théorèmes à la Rice pour les AC

- Modèle : AC $(\mathcal{A}, r, f : \mathcal{A}^{2r+1} \to \mathcal{A})$
- Sortie : ensemble μ-limite $\Omega_\mu(\mathcal{A}, r, f) := \left\{ x \middle| \forall i, j, F^t\mu([x_{[\![i,j[\![}]) \not\to 0 \right\}$, où $F(x)_i = f(x_{i+[\![-r,r]\!]})$
- Toute propriété $\Omega_\mu^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Delacourt'11].
- Réduction de : `Arrêt de` $\mathcal{M}'$
- Outil de combinaison: mots bloquants à compteurs

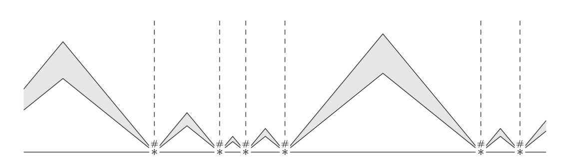
F' nilpotent $\mapsto$ $\Omega(F)$
F' non nilpotent $\mapsto$ $\cdots$



Théorèmes à la Rice pour les AC

- Modèle : AC $(\mathcal{A}, r, f : \mathcal{A}^{2r+1} \to \mathcal{A})$
- Sortie : ensemble limite générique $\tilde{\omega}(\mathcal{A}, r, f) := \bigcap_{\mathcal{D}(W) \text{ gras}} W$, où $F(x)_i = f(x_{i+[\![-r,r]\!]})$
- Toute propriété $\tilde{\omega}^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Delacourt'21].
- Réduction de : `Nilpotence (avec 0 envahissant) de` F'
- Outil de combinaison: mots bloquants à compteurs

F' nilpotent $\mapsto$ $\Omega(F)$
F' non nilpotent $\mapsto$ $\cdots$



Théorèmes à la Rice pour les AC

- Modèle : AC $(\{0,1\}, r, f : \{0,1\}^{2r+1} \to \{0,1\})$
- Sortie : trace limite $\tau(\mathcal{A}, r, f) := \{(F^t(x)_0)_{t\in\mathbb{N}} | x \in \Omega(F)\}$, où $F(x)_i = f(x_{i+[\![-r,r]\!]})$
- Toute propriété $\tau^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Cervelle-Formenti-G.'10].
- Réduction de : `Nilpotence (avec 0 envahissant) de` F'
- Outil de combinaison: $\times$ étalé | marqueurs

F' nilpotent $\mapsto$ $\Omega(F)$
F' non nilpotent $\mapsto$ $\cdots$

construction :
$F \cdot F' \cdot \sigma$
marqueurs

Théorèmes à la Rice pour les AC

- Modèle : AC $(\{0,1\}, r, f : \{0,1\}^{2r+1} \to \{0,1\})$
- Sortie : trace limite $\tau(\mathcal{A}, r, f) := \{(F^t(x)_0)_{t\in\mathbb{N}} | x \in \Omega(F)\}$, où $F(x)_i = f(x_{i+[\![-r,r]\!]})$
- Toute propriété $\tau^{-1}(\mathcal{P})$ ni vide ni pleine
  est indécidable [Cervelle-Formenti-G.'10].
- Réduction de : `Nilpotence (avec 0 envahissant) de` F'
- Outil de combinaison: $\times$ étalé | marqueurs

F' nilpotent $\mapsto$ $\Omega(F)$
F' non nilpotent $\mapsto$ $\cdots$

aussi : [di Lena-Margara'09, G.'08, Cervelle'02]

construction :
$F \cdot F' \cdot \sigma$
marqueurs

Théorèmes à la Rice pour les graphes succincts

- Modèle : circuit booléen $\mathcal{C}$
- Sortie : graphe succinct $\mathcal{G}(\mathcal{C})$ degré 1

Théorèmes à la Rice pour les graphes succincts

- Modèle : circuit booléen $\mathcal{C}$
- Sortie : graphe succinct $\mathcal{G}(\mathcal{C})$ degré 1
- Toute propriété $\mathcal{G}^{-1}(\mathcal{P})$, avec $\mathcal{P}$ FO ni finie ni cofinie
  est NP-dure ou coNP-dure [Gamard-G.-Perrot-Theyssier'20].

Théorèmes à la Rice pour les graphes succincts

- Modèle : circuit booléen $\mathcal{C}$
- Sortie : graphe succinct $\mathcal{G}(\mathcal{C})$ degré 1
- Toute propriété $\mathcal{G}^{-1}(\mathcal{P})$, avec $\mathcal{P}$ FO ni finie ni cofinie
  est NP-dure ou coNP-dure [Gamard-G.-Perrot-Theyssier'20].
- Réduction de : `SAT`

Théorèmes à la Rice pour les graphes succincts

- Modèle : circuit booléen $\mathcal{C}$
- Sortie : graphe succinct $\mathcal{G}(\mathcal{C})$ degré 1
- Toute propriété $\mathcal{G}^{-1}(\mathcal{P})$, avec $\mathcal{P}$ FO ni finie ni cofinie
  est NP-dure ou coNP-dure [Gamard-G.-Perrot-Theyssier'20].
- Réduction de : `SAT`
- Outil de combinaison: $\sqcup$ | $\sqcup_2$ | $\oplus$

Théorèmes à la Rice pour les graphes succincts

- Modèle : circuit booléen $\mathcal{C}$
- Sortie : graphe succinct $\mathcal{G}(\mathcal{C})$
- Toute propriété $\mathcal{G}^{-1}(\mathcal{P})$, avec $\mathcal{P}$ MSO arborescente
  est NP-dure ou coNP-dure [Gamard-G.-Perrot-Theyssier'22].
- Réduction de : `SAT`
- Outil de combinaison: $\oplus$

Théorèmes à la Rice pour les graphes succincts

- Modèle : circuit booléen $\mathcal{C}$
- Sortie : graphe succinct $\mathcal{G}(\mathcal{C})$
- Toute propriété $\mathcal{G}^{-1}(\mathcal{P})$, avec $\mathcal{P}$ MSO arborescente
  est NP-dure ou coNP-dure [Gamard-G.-Perrot-Theyssier'22].
- Réduction de : `SAT`
- Outil de combinaison: $\oplus$

aussi : [Gamard-G.-Perrot-Theyssier'20]

Théorèmes à la Rice pour les graphes succincts

- Modèle : circuit booléen $\mathcal{C}$
- Sortie : graphe succinct $\mathcal{G}(\mathcal{C})$
- Toute propriété $\mathcal{G}^{-1}(\mathcal{P})$, avec $\mathcal{P}$ MSO arborescente
  est NP-dure ou coNP-dure [Gamard-G.-Perrot-Theyssier'22].
- Réduction de : `SAT`
- Outil de combinaison: $\oplus$

aussi : [Gamard-G.-Perrot-Theyssier'20]
$\rightarrow$ Réseaux d'Automates Booléens. . .